

Муниципальное бюджетное
общеобразовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа
сельского поселения «Поселок Тумнин»
Ванинского муниципального района
Хабаровского края

Проект по математике на тему:
«Математика без формул»

Выполнил: Красноперов Прохор,
Ученик 11 класса
Руководитель: Вракова Н.А.
учитель математики и информатики.

2022 год

Содержание

1. Введение	3
1.1.Актуальность исследования.....	3
1.2.Цель исследования	3
1.3.Задачи исследования	3
1.4.Объект исследования	4
1.5.Предмет исследования.....	4
1.6.Гипотеза исследования.....	4
1.7.Методы исследования.....	4
1.8.План исследования.....	4
2. Основная часть	5
2.1. Из истории математики о делимости чисел.....	5
2.2.Признаки делимости натуральных чисел, изучаемые в школе.....	6
2.3. Признаки делимости натуральных чисел из разных источников....	7-8
3. Практическая часть.....	9
3.1.Признаки делимости натуральных чисел, полученные самостоятельно.....	9
3.2. Задачи на применение признаков делимости.....	10
4. Заключение. Выводы.....	13
5. Список литературы.....	14

1.Введение

1.1.Актуальность:

Математика – одна из самых сложных наук, которая доставляет немало хлопот во время обучения. В то же время, навыки устного счета и различные математические приемы необходимо освоить каждому человеку, поскольку без этих знаний в современном мире жить просто невозможно.

В этом учебном году я начала готовиться к ЕГЭ. Один из заданий базового уровня вызвало у меня затруднение это задание № 19, которое надо решать не используя формулы и уравнения.

Известно, что не всегда одно натуральное число делится на другое натуральное число без остатка. При делении натуральных чисел, мы допускаем ошибки, в результате - теряем время.

Для подсчета без калькулятора можно использовать признаки делимости. Значимость признаков делимости в математике бесспорна.

Признаки делимости помогают, не выполняя деление установить, делится ли одно натуральное число на другое. Но данную тему «Признаки делимости натуральных чисел на 2, 3, 5, 9, 4, 10» мы изучали в 5 классе и признаков мало, чтобы решить задание № 19.

Мне стало интересно, какие еще есть признаки деления натуральных чисел и можно ли ещё самой получить новые признаки делимости? Так возникла тема моей проектной работы.

1.2.Цель:

Изучить историю и материалы, посвященные признакам делимости натуральных чисел. Которые мне позволят освоить решения заданий типа № 19 на конструирование чисел с заданными свойствами.

1.3.Задачи:

1. Изучить исторические сведения;
2. Научиться пользоваться научной литературой, грамотно находить информацию в интернете;
3. Исследовать способы решения задач на конструирование числа с заданными свойствами;

4. Научиться решать задачи №19 ЕГЭ (базового уровня), применяя изученные ранее методы;

1.4.Объект исследования: задание №19 ЕГЭ (базовый уровень).

1.5.Предметная область моего исследования - математика.

1.6. Гипотеза: освоив новые признаки делимости натуральных чисел, можно повысить уровень математической подготовки, интерес к изучению математики среди учащихся, успешно справиться с решением заданий №19 ЕГЭ (базовый уровень).

1.7.Методы исследования: изучение, анализ, систематизация, структуризация полученной информации.

1.8. Новизна: в ходе выполнения проекта я дополнила свои знания о признаках делимости натуральных чисел.

1.9. План исследования:

Этапы работы	Временные рамки
1.Подготовительный этап: выбор темы, постановка целей, задач, гипотез.	сентябрь 2022г. - октябрь 2022г.
2.Основной этап: анализ литературы по теме. Из истории математики о делимости чисел.	ноябрь 2022г. - декабрь 2022г.
3.Исследовательский этап: Задачи на применение признаков делимости.	январь 2023г. - февраль2023г.
4.Заключительный этап: выводы, подготовка к защите исследовательской работы, защита работы.	март 2023г. - апрель 2023г.

2. Основная часть

2.1. Из истории математики о делимости чисел

Большой вклад в изучение признаков делимости чисел внес Б. Паскаль.

Блез Паскаль (Blaise Pascal) (1623–1662), французский религиозный мыслитель, математик и физик, один из величайших умов 17 столетия. Родился в Клермон-Ферране (провинция Овернь) 19 июня 1623. Юный Блез очень рано проявил выдающиеся математические способности, научившись считать раньше, чем читать.

Отец Паскаля имел хорошее образование и решил самостоятельно заниматься образованием мальчика. Блез рос одарённым ребёнком и рано проявил выдающиеся математические способности.

Его отец старался обучить мальчика древним языкам, настаивая, чтобы тот не отвлекался на разного рода пустяки. Как-то раз, на очередной вопрос сына о том, что такое геометрия, отец кратко ответил, что это способ чертить правильные фигуры и находить между ними пропорции. Однако тут же запретил ему всякие исследования в этой области. Но запретный плод сладок, и Блез, закрывшись в своей спальне, принялся углем выводить на полу различные фигуры и изучать их.

Когда отец случайно застал его за одним из таких самостоятельных уроков, он был потрясен: не знавший даже названий фигур, мальчик доказывал их свойства. Так постепенно раскрывался гений Блеза Паскаля.

Свой первый математический трактат «Опыт теории конических сечений» он написал в 24 года. Примерно в это же время он сконструировал механическую суммирующую машину, прообраз арифмометра. Работы Паскаля в области точных наук, или ранний период его творчества относится к 1640-1650 году.

За эти 10 лет разносторонний ученый сделал очень много: он нашел алгоритм для нахождения признаков делимости любого целого числа на любое другое целое число, сформулировал способ вычисления биномиальных коэффициентов, изложил ряд основных положений элементарной теории вероятности, впервые точно определил и применил для доказательства метод математической индукции.

2.2. Признаки делимости натуральных чисел, изучаемые в школе.

Признак делимости — алгоритм, позволяющий сравнительно быстро определить, является ли число кратным заранее заданному числу.

Представим признаки делимости в виде таблицы:

Число делится на:	Если:	Пример
2	оно оканчивается чётной цифрой: 0, 2, 4, 6, 8.	132 оканчивается чётной цифрой 2
5	оно оканчивается цифрой 0 или 5.	135 оканчивается цифрой 5
10	оно оканчивается цифрой 0.	2450 оканчивается цифрой 0
3	сумма цифр этого числа делится на 3.	225 делится на 3, т.к. сумма цифр $2+2+5=9$, делится на 3.
6	Число делится на 6 тогда, если оно делится и на 2, и на 3	20148 делится на 6 (число чётное и $2+0+1+4+8=15$)
9	сумма цифр этого числа делится на 9.	351 делится на 9, т.к. сумма цифр $3+5+1=9$, делится на 9.
4	две последние цифры этого числа образуют число, делящееся на 4.	3164; две последние цифры составляют число 64, оно делится на 4; число 3164 делится на 4.
8	Натуральное число делится на 8, если три его последние цифры нули, или образуют число, делящееся на 8.	21808 делится на 8 ($808:8=101$)
25	оно оканчивается на 00, 25, 50 или 75	8125 оканчивается на 25

2.3. Признаки делимости натуральных чисел из разных источников.

Признаки делимости на натуральные числа, полученные в ходе изучения различных источников:

Число делится на:	Если:	Пример
7	Число делится на 7 тогда, когда результат вычитания удвоенной последней цифры из этого числа без последней цифры делится на 7	(например, 343 делится на 7, так как $34 - (2 \cdot 3) = 34 - 6 = 28$ делится на 7; 259 делится на 7, так как $25 - (2 \cdot 9) = 7$ делится на 7).
11	Число делится на 11 тогда, когда сумма цифр, стоящих на нечётных местах, либо равна сумме цифр, стоящих на чётных местах, либо отличается от неё на число, делящееся на 11	(например, 14641 делится на 11, так как $1 + 6 + 1 = 4 + 4$)
13	Число делится на 13 если сумма числа десятков с учетверенным числом единиц делится на 13.	314288 делится на 13, так как $314 - 288 = 26$, 975 делится на 13, так как $97 - 9 \cdot 5 = 52$, а 52 делится на 13
14	Число делится на 14 тогда и только тогда, когда оно делится на 2 и на 7.	34692 делится на 14
17	Число делится на 17 если модуль разности числа десятков и пятикратного числа единиц делится на 17.	221 делится на 17 ($ 22 - 1 \cdot 5 = 17$ делится на 17); 453 не делится на 17 ($ 45 - 3 \cdot 1 = 40$ не делится на 17).
19	Число делится на 19 тогда и только тогда, когда число десятков, сложенное с удвоенным числом единиц, делится на 19.	133 делится на 19 ($13 + 3 \cdot 2 = 19$ делится на 19)

Я исследовал признаки делимости натуральных чисел.

Таким образом, все перечисленные **признаки делимости натуральных чисел можно разделить на 4 группы:**

1 группа- когда делимость чисел определяется по последней(им) цифрой (ми)- это признаки делимости на 2, на 5, на разрядную единицу, на 4, на 8, на 25, на 50.

2 группа – когда делимость чисел определяется по сумме цифр числа- это признаки делимости на 3, на 9, на 7, на 37, на 11 (1 признак).

3 группа – когда делимость чисел определяется после выполнения каких-то действий над цифрами числа- это признаки делимости на 7, на 11(1 признак), на 13, на 19.

4 группа – когда для определения делимости числа используются другие признаки делимости- это признаки делимости на 6, на 15, на 12, на 14.

3. Практическая часть

3.1. Признаки делимости натуральных чисел, полученные самостоятельно.

Проанализировав представленные выше признаки делимости и используя их за основу, можно сформулировать следующие признаки делимости:

Число делится на:	Если:	Пример
12	Натуральное число делится на 12, если оно делится на 3 и 4 одновременно.	15 743 400 - делится на 3 и 4, а значит и на 12.
15	Натуральное число делится на 15, если оно делится на 3 и на 5 одновременно, т.е. оканчивается нулем или пятеркой и сумма его цифр делится на 3.	15 743 400 - делится на 3 и 4, а значит и на 12.
16	Натуральное число делится на 16, если оно делится на 2 и полученное частное делится на 8.	4096 делится на 16, т.к. $4096:2=2048$ и $2048:8$ (три его последние цифры нули, или образуют число, делящееся на 8)
18	Натуральное число делится на 18, если оно делится на 2 и 9 одновременно.	22410 делится на 9 (число чётное и $2+2+4+1+0=9$)
20	Натуральное число делится на 20, если оно оканчивается цифрой 0 и его предпоследняя цифра делится на 2.	32456780 делится на 20 ($80:20=4$)
30	Натуральное число делится на 30, если оно делится на 3 и на 10 одновременно, т.е. оканчивается нулем и сумма его цифр делится на 3.	1 046 790 делится на 30, т.к. $1+0+4+6+7+9+0=27$, кратное 3.

3.2. Задачи на применение признаков делимости.

Применение признаков делимости, при решении заданий ЕГЭ.

Задача 1. Найдите шестизначное натуральное число, которое записывается только цифрами 2 и 0 и делится на 24. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Решение.

Искомое натуральное число делится на 24, следовательно, оно делится на 3 и на 8.

Число делится на 3, если сумма его цифр кратна 3.

Число делится на 8, если три его последние цифры делятся на 8 или являются нулями.

Чтобы искомое число делилось на 3, оно должно состоять из шести цифр 2, или из трех цифр 2 и трех цифр 0.

222 не делится на 8, поэтому первый вариант нас не устраивает.

Значит искомое число состоит из трех цифр 2 и трех цифр 0.

На 8 в этом случае делится, например, такое число: 222000

Ответ: 222000

ЗАДАЧА 2. Найдите четырехзначное число, кратное 88, все цифры которого различны и четны. В ответе укажите какое-ни будь одно такое число.

РЕШЕНИЕ. Число делится на 88.

$$88 = 8 \cdot 11,$$

для делимости на 11 $a + c = b + d$ и

(три последние цифры в записи числа) должно делиться на 8.

Помним, что все цифры четные и различные.

Четные цифры это – 0, 2, 4, 6, 8.

$2 + 4 = 6 + 0$, то есть число 2640. Это проверка делимости на 11

Проверяем делимость на 8. 640 делится на 8.

Другую последовательность этих цифр взять нельзя (2046), потому что не выполняется делимость на 8.

Рассмотрим цифры 2, 4, 6, 8.

$2 + 8 = 4 + 6$. Получим число 2486 или 8426 или 8624 или 6248. Первые два числа не подходят – не выполняется признак делимости на 8, а вот два последних числа соответствуют второму условию (8624; 6248).

ОТВЕТ. 2640; 8624; 6248.

ЗАДАЧА 3. Вычеркните в числе 75 416 303 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 30. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

РЕШЕНИЕ. Так как число должно делиться на 30, то оно должно делиться на 3 и на 10 ($30 = 3 \cdot 10$).

Теория. Число делится на 10, если запись числа оканчивается цифрой 0.

Поэтому обязательно нужно вычеркнуть крайнюю правую цифру 3, получим 7 541 630.

Вычеркивая еще две цифры помним, что сумма оставшихся цифр должна делиться на 3.

Получим 75 630 ($7 + 5 + 6 + 3 + 0 = 21$) или

54 630 ($5 + 4 + 6 + 3 + 0 = 18$).

Решение можно продолжить и получить другие решения.

ОТВЕТ. 75 630; 54 630; 74 160; 51 630; 74130.

Задача 4. Найдите трехзначное натуральное число, которое при делении на 4, на 5 и на 6 дает в остатке 2 и все цифры которого четные. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

Решение

Сначала найдем число, которое делится на 4, на 5 и на 6.

Если число делится на 5, то его последняя цифра 0 или 5.

Если число делится на 4, то две его последние цифры образуют число, которое делится на 4, или две его последние цифры нули.

Если число делится на 6, то оно делится на 2 и на 3, так как $6=2 \cdot 3$.

Если число делится на 2, то его последняя цифра - четная. И если число делится на 3, то сумма его цифр делится на 3.

Тогда для двух последних цифр искомого числа существуют такие варианты:

	0	0
	2	0
	4	0
	6	0
	8	0

Так как сумма цифр числа делится на 3, и все цифры четные, получаем такие варианты для первой цифры:

6	0	0
4	2	0
2	4	0
8	4	0
6	6	0
4	8	0

Далее. По условию искомое число при делении на 4, на 5 и на 6 дает в остатке 2. Это значит, что если из искомого числа вычесть 2, то мы получим число, которое делится без остатка на 4, на 5 и на 6. То есть чтобы получить искомое число, нужно к числам, записанным в таблице прибавить 2.

Таким образом, искомым числом может быть одно из следующих:

6	0	2
4	2	2
2	4	2
8	4	2
6	6	2
4	8	2

Ответ: 602 или 422 или 242 или 842 или 662 или 482.

Заключение

Работая над темой исследования, я значительно расширил свои знания по математике.

Я считаю, что проведенное мной исследование очень полезно для меня, а его результаты могут быть успешно использованы на уроках математики и во внеклассной работе. Они помогут при подготовке к успешной сдаче Единого Государственного Экзамена.

В процессе исследования признаков делимости натуральных чисел, научился решать задания № 19 ЕГЭ.

Данная исследовательская работа дала мне возможность совершенствовать навыки работы с научно-популярной литературой и совершенствовать свои умения использования компьютерных программ.

Список использованной литературы (источников):

1. Галкин В.А. Задачи по теме «Признаки делимости» // Математика, 1999.- №5.-С.9.
2. Гусев В.А., Орлов А.И., Розенталь А.Л. Внеклассная работа по математике в 6-8 классах.- М.: Просвещение, 1984.
3. Пельман Я.И. Математика – это интересно ! – М.: ТЕРРА – Книжный клуб, 2006.
4. Энциклопедический словарь юного математика./ Сост. Савин А.П. – М.: Педагогика, 1989. – С. 352.
5. Учебно-методический комплекс «Математика. АПодготовка к ЕГЭ» под редакцией Ф.Ф. Лысенко, С.Ю. Кулабухова
6. Ресурсы- Internet. <http://www.math.com.ua/articles/priznaki-delivosti-chisel.html>